série n°3

EXERCICE N°1

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse proposée est exacte.

1/ Si f est continue et strictement décroissante sur $[1,8]$ et si $f([1;8])=[-1,8]$ alors :

□ f(1)= -1 et f(8)=8 □ -1< f(1) <8 □ f(1)=8 et f(8)= -1

2/ Si f est continue sur $[-2,2]$ et si $f([-2,2])=[-5,-3]$ alors l'équation f(x)=0

□ n'admet pas de solution dans $[-2,2]$ □ admet au moins une solution □ admet une unique solution

3/ Si f est strictement croissante non majorée sur $]3,+\infty[$ alors :

□ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ □ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ □ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

4/ Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $g(x)=\cos(\frac{1}{x})-f(x)$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ est égale à

□ $+\infty$ □ 0 □ $-\infty$

5/ Si Z est un nombre complexe alors le conjugué de $1+iZ^2$ est

□ $1-iZ^2$ □ $-1-iZ^2$ □ $1-i\overline{Z}^2$

EXERCICE N°2

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse proposée est exacte.
L'exercice consiste à choisir la réponse exacte sans justification.

1) Soit x un réel. le nombre complexe Z défini par $Z=\frac{x-i}{x+i}$ a pour module :

a) $\frac{x-1}{x+1}$ b) 1 c) $\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

2) Soit A, B et C trois points distincts vérifiant : $Z_C-Z_A=7(Z_B-Z_A)$ alors :

a) A, B et C sont alignés b) AB=7AC c) Le triangle ABC est rectangle en A

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \cos(\pi\sqrt{\frac{x}{x^2-2}})=$

a) 0 b) 1 c) -1

4) Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	5 ↘	-4	↗ $+\infty$

i) f(□) =

a) $]5,+\infty[$ b) $[-4,+\infty[$ c) $]-4,+\infty[$

ii) l'équation f(x) = 3 admet sur □

a) deux solutions b) une unique solution c) zéro solution

EXERCICE N°3

Soit f la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x+1-\sqrt{x+7}}{x-2}$

1/ Déterminer le domaine définition de f

2/a) Montrer que pour tout x de D_f on a : $f(x)=\dfrac{x^2+x-6}{(x+1+\sqrt{x+7})(x-2)}$

b) Montrer que f est prolongeable par continuité en 2

3/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; Interpréter le résultat

EXERCICE N°4

Soit la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=x^3+\sqrt{x}-3$

1/ Etudier la monotonie de f

2/ Déterminer l'image de l'intervalle $[0,+\infty[$ par f

3/ Monter que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur $[0,+\infty[$ et que $1<\alpha<2$

4/ Donner un encadrement de α à 10^{-1} prés

EXERCICE N°5

1/a) Mettre sous forme algébrique : $\left(\sqrt{3}-3i\right)^2$

b) Résoudre dans C l'équation : $z^2-\left(\sqrt{3}+i\right)z+2+2\sqrt{3}\,i=0$

2/ Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives 2i et $\sqrt{3}-i$.

a) Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes 2i et $\sqrt{3}-i$.
b) Placer, dans le plan P les points A et B
c) Soit C le point du plan tel que : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OB}$. Déterminer l'affixe du point C
d) Montrer que le point C appartient au cercle de centre O et passant par A.
e) Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.